Le petit point de cours, informatique (1)

Le 13 septembre 2020. **20 minutes sans calculette. NOM :**

1. Proposer deux fonctions, l'une itérative et l'autre récursive permettant de calculer $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$.
2. On souhaite approcher numériquement l'intégrale $I = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$ où $f(t) = \frac{1}{1+t^2}$ pour $t \in [0,1]$ par la méthode des rectangles point milieu.
   a) Écrire une fonction en Python donnant les valeurs de $f(x)$ pour x réel.
   b) Écrire une fonction Python donnant une valeur approchée de I en fonction du nombre n de rectangles utilisés.
   c) On admet que, pour cette fonction, en notant J_n la valeur approchée fournie par la méthode des rectangles point milieu avec n rectangles, on a :
   $$|I - J_n| \leqslant \frac{1}{3n^2}.$$
   Faire une fonction Pyhon donnant une valeur approchée de I à 10^{-5} près.
3. a) On considère la fonction suivante
```
def g(n,a,b):
        if n==0 :
                return a
        elif n==1 :
                return b
        else :
                return 2*g(n-1,a,b)-g(n-2,a,b)
```
   Que produit l'appel g(10,1,3) ?

   b) On considère la fonction
```
def f(n,a,b):
        L=[a,b]
        for i in range(2,n):
                L.append(2*L[i-1]-L[i-2])
        return L[n-1]
```
   Que produit l'appel f(10,1,3) ?

   c) Évaluer le nombre $N(n)$ d'opération élémentaires (calculs et tests) nécessaires à la fonction f de la question 3b pour donner un résultat.

   d) On appelle $C(n)$ le nombre d'opération élémentaires (calculs et tests) nécessaires à la fonction g de la question 3a pour donner un résultat.
      i) Déterminer $C(0)$ et $C(1)$.
      ii) Justifier que pour $n \geqslant 2$ on a : que $C(n) = C(n-1) + C(n-2) + 2$.
      iii) Pour $n \in \mathbb{N}$ on pose $u_n = C(n) + 2$. Trouver une relation pour $n \geqslant 2$ entier entre u_n, u_{n-1} et u_{n-2}. En déduire $C(n)$.

Le petit point de cours, informatique (1)

1. Proposer deux fonctions, l'une itérative et l'autre récursive permettant de calculer $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{1+k^2}$.

2. On souhaite approcher numériquement l'intégrale $I = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$ où $f(t) = \frac{1}{1+t^2}$ pour $t \in [0,1]$ par la méthode des rectangles point milieu.
   a) Écrire une fonction en Python donnant les valeurs de $f(x)$ pour x réel.
   b) Écrire une fonction Python donnant une valeur approchée de I en fonction du nombre n de rectangles utilisés.
   c) On admet que, pour cette fonction, en notant J_n la valeur approchée fournie par la méthode des rectangles point milieu avec n rectangles, on a :

   $$|I - J_n| \leqslant \frac{1}{3n^2}.$$

   Faire une fonction Pyhon donnant une valeur approchée de I à 10^{-5} près.

3. a) On considère la fonction suivante

```
def h(n,a,b):
        if n==0 :
                return a
        elif n==1 :
                return b
        else :
                return 3*h(n-1,a,b)-h(n-2,a,b)
```

   Que produit l'appel h(10,1,3) ?

   b) On considère la fonction

```
def f(n,a,b):
        L=[a,b]
        for i in range(2,n):
                L.append(3*L[i-1]-L[i-2])
        return L[n-1]
```

   Que produit l'appel f(10,1,3) ?

   c) Évaluer le nombre $N(n)$ d'opération élémentaires (calculs et tests) nécessaires à la fonction f de la question 3b pour donner un résultat.
   d) On appelle $C(n)$ le nombre d'opération élémentaires (calculs et tests) nécessaires à la fonction h de la question 3a pour donner un résultat.
      i) Déterminer $C(0)$ et $C(1)$.
      ii) Justifier que pour $n \geqslant 2$ on a : que $C(n) = C(n-1) + C(n-2) + 2$.
      iii) Pour $n \in \mathbb{N}$ on pose $u_n = C(n) + 2$. Trouver une relation pour $n \geqslant 2$ entier entre u_n, u_{n-1} et u_{n-2}. En déduire $C(n)$.